

**Сборник тренировочных материалов для подготовки  
к государственному выпускному экзамену  
по МАТЕМАТИКЕ  
для обучающихся по образовательным программам  
СРЕДНЕГО общего образования**

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Тренировочные материалы предназначены для подготовки к государственному выпускному экзамену в устной и письменной формах.

**В части 1** представлен типовой билет по математике ГВЭ-11 в устной форме.

Устный экзамен проводится по билетам, каждый из которых включает в себя 5 заданий, контролирующих элементы содержания следующих разделов курса.

1. *Математика*. 5–6 классы.
2. *Алгебра*. 7–9 классы.
3. *Алгебра и начала математического анализа*. 10–11 классы.
4. *Планиметрия*. 7–9 классы.
5. *Стереометрия*. 10–11 классы.

Работа состоит из 5 заданий, содержащих две-три задачи базового уровня сложности одного раздела курса. В каждом задании экзаменуемый может выбрать для решения одну задачу. Все задания относятся к заданиям с кратким или развёрнутым ответом.

В заданиях с кратким ответом экзаменационной работы требуется дать краткие комментарии и ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Частными случаями заданий с кратким ответом являются задания с выбором одного или нескольких вариантов из предложенного списка (утверждений, объектов и т.п.), а также задания на установление соответствия между элементами двух списков. В заданиях с развёрнутым ответом требуется запись (объяснения) полного обоснованного решения и ответ.

Задание считается выполненным полностью, если решена одна задача.

При проведении устного экзамена по математике обучающимся предоставляется право использовать необходимые справочные материалы (формулы, математические факты), включённые в состав пакета экзаменационных материалов (перечень справочных материалов утверждается ФИПИ в составе нормативных документов). Разрешается использовать линейку. Использование калькуляторов не допускается.

В этой же части содержатся критерии оценивания ответов обучающихся при сдаче ГВЭ в устной форме.

**В части 2** сборника представлены тренировочные материалы для подготовки к государственному выпускному экзамену по математике. Задания подобраны таким образом, чтобы охватить значительную и представительную часть открытого банка заданий по математике, а также все основные разделы школьного курса математики.

Задания с кратким ответом подразумевают только числовой ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Частным случаем задания с кратким ответом является задание на установление соответствия. Ответом в таком задании служит последовательность, составленная из цифр 1, 2, 3 и 4, которая записывается в виде четырёхзначного числа (без пробелов, запятых и других вспомогательных символов), например 1342 или 3241.

Другой частный случай задания с кратким ответом – задание с множественным выбором, где требуется указать одно или несколько верных утверждений из предложенного перечня. Ответом в данном случае являются номера верных утверждений, записанные в любом порядке без пробелов и других вспомогательных символов. Например, если верные утверждения имеют номера 1 и 3, то ответ может быть записан в виде 13 или 31. Каждая задача с кратким ответом снабжена полем «Ответ».

Задания с кратким ответом имеют базовый или повышенный уровень сложности.

Задания с развёрнутым ответом подразумевают полное обоснованное решение и запись ответа в произвольной форме. При выполнении заданий с развёрнутым ответом следует уделять внимание полноте и грамотности математической записи. При этом можно пользоваться без ссылок и обоснований всеми фактами, утверждениями, теоремами курса математики основной и полной средней школы (содержащихся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования и науки РФ). Задания с развёрнутым ответом имеют повышенный уровень сложности.

Верное выполнение каждого из заданий с кратким ответом оценивается 1 баллом. Верное решение каждого из заданий с развёрнутым ответом оценивается в соответствии с критериями оценивания, разработанными для каждого задания. Критерии оценивания, а также ответы опубликованы в сопроводительных материалах к настоящему сборнику.

Задания выбраны из открытых банков математических заданий для проведения итоговой аттестации и могут включаться в экзаменационные материалы ГВЭ-11.

Сборник снабжён справочными материалами, соответствующими нормативным документам ГИА в форме ГВЭ-11. Сборник тренировочных материалов состоит из трёх крупных тематических разделов. Внутри разделов «Алгебра и начало анализа» и «Геометрия» задания группируются в основном по возрастанию уровня сложности.

**Раздел 2.1 «Алгебра и начала анализа»** содержит задачи по арифметике, алгебре и началам математического анализа по курсу основной и средней школы. Раздел включает в себя 45 заданий с кратким ответом и 3 задания с развёрнутым ответом.

**Раздел 2.2 «Геометрия»** содержит задания по курсу геометрии (планиметрии и стереометрии) основной и средней школы. Раздел включает в себя 15 заданий различного уровня сложности.

**Раздел 2.3 «Примеры вариантов экзаменационных работ»** содержит два примерных варианта экзаменационных работ ГВЭ (письменная форма) по математике для обучающихся по образовательным программам среднего общего образования без ОВЗ и с ОВЗ (за исключением обучающихся с ЗПР) и для обучающихся по образовательным программам среднего общего образования с ЗПР.

**ЧАСТЬ 1****Билет по математике ГВЭ-11 в устной форме**

1. Решите одно из двух заданий.

а) В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 8 недель?

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Ответ: 23.*

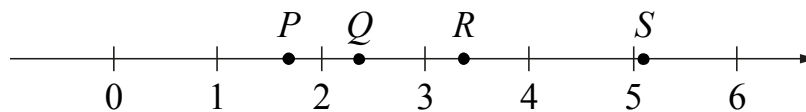
б) Найдите корень уравнения  $2 + 9x = 4x + 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Ответ: 0,2.*

2. Решите одно из двух заданий.

а) На прямой отмечены точки  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  и  $S$ .



Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.

ТОЧКИ

$P$

$Q$

$R$

$S$

ЧИСЛА

1)  $\log_2 10$

2)  $\frac{7}{3}$

3)  $\sqrt{26}$

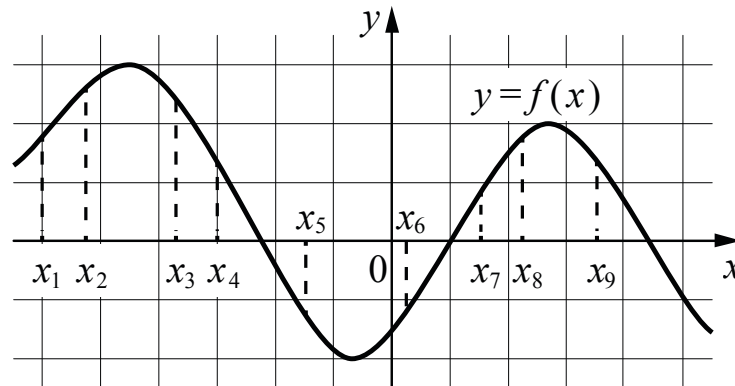
4)  $0,6^{-1}$

Ответ:

$P$	$Q$	$R$	$S$

*Ответ: 4213.*

б) На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, \dots, x_9$ . Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.

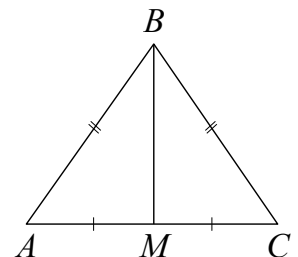


Ответ: \_\_\_\_\_.

*Ответ: 4.*

3. Решите одно из двух заданий.

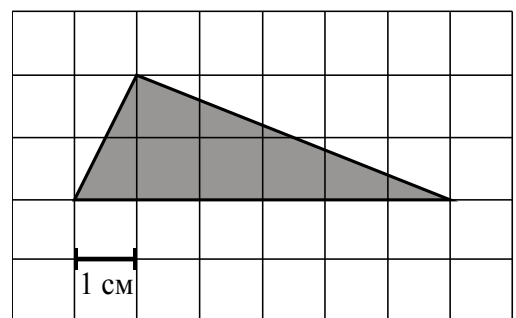
а) В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC = 25$ ,  $AC = 14$ . Найдите длину медианы  $BM$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

*Ответ: 24.*

б) Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

*Ответ: 6.*

4. Решите одну из двух задач.

а) В сосуд цилиндрической формы налили воду до уровня 80 см. Какого уровня достигнет вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Ответ: 5.*

б) Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно. Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.

Пример выполнения задания.

Пусть точка  $H$  — середина  $AC$ . Тогда

$$BN^2 = BH^2 + NH^2 = (3\sqrt{3})^2 + 6^2 = 63.$$

Вместе с тем

$$BM^2 + MN^2 = (3^2 + 6^2) + (3^2 + 3^2) = 63,$$

а тогда по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник  $BMN$  является прямоугольным с прямым углом  $M$ .

5. Решите одну из двух задач.

а) Налог на доходы физических лиц в России составляет 13% заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 20 000 рублей. Какую сумму он получит после уплаты этого налога?

Ответ: \_\_\_\_\_.

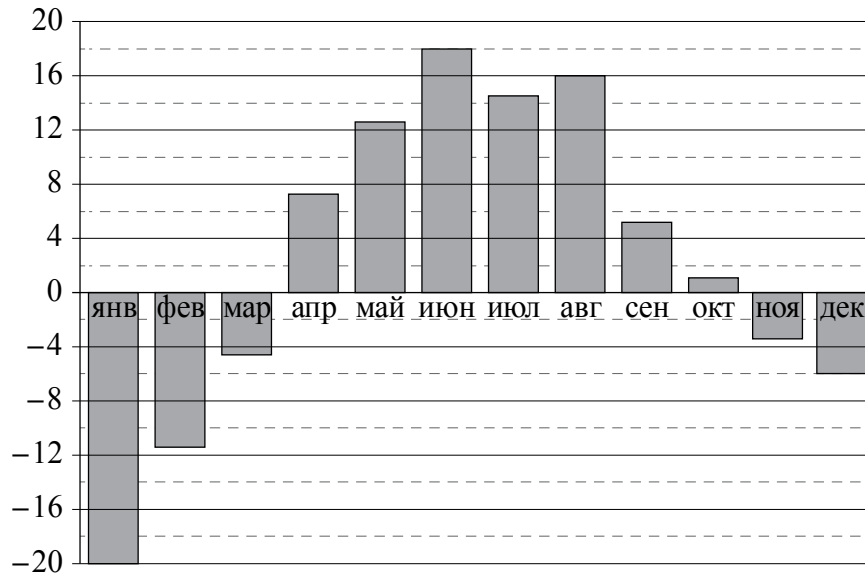
*Ответ: 17 400.*

б) На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Китая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Китая.

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Ответ: 0,36.*

в) На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указаны месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру во второй половине года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

*Ответ: 16.*

## **Критерии оценивания ответов обучающихся при сдаче ГВЭ в устной форме**

При проверке математической подготовки выпускников оценивается уровень, на котором сформированы следующие умения:

- работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию); точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики; проводить классификации, логические обоснования и доказательства математических утверждений;

- строить и исследовать простейшие математические модели реальных объектов, процессов и явлений, задач, связанных с ними, с помощью математических объектов;

- находить способы решения задач; переформулировать задачу; разбивать задачу на составляющие части, устанавливать связи между ними; составлять план решения задачи; выбирать способы её решения, сравнивать их и выбирать оптимальный; проверять правильность решения задачи, анализировать и интерпретировать полученный результат, оценивать его достоверность с разных позиций; принимать решение по результатам решённой задачи;

- владеть техникой вычислений с действительными числами, рационально объединяя устные и письменные вычисления;

- анализировать и подавать информацию; выбирать способ представления данных в соответствии с поставленной задачей – таблица, схема, график, диаграмма;

- оценивать шансы наступления тех или других событий, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений;

- владеть приёмами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств (рациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств, простейших иррациональных и тригонометрических уравнений);

- работать с формулами, понимая содержательное значение каждого элемента формулы; находить числовые значения при заданных значениях переменной; выражать одну переменную через другую;

- использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей;

- читать и строить графики функциональных зависимостей, исследовать их свойства, находить наибольшее и наименьшее значения функции;

- классифицировать и конструировать геометрические фигуры на плоскости и в пространстве, изображать пространственные фигуры и их элементы на плоскости, владеть навыками геометрических построений;



- измерять геометрические величины, характеризующие размещение геометрических фигур (расстояния, углы), на плоскости и в пространстве, находить количественные характеристики фигур (площади и объёмы);
- моделировать реальные ситуации на языке геометрии; исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры;
- применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера с использованием при необходимости справочных материалов, вложенных в экзаменационный пакет.

При оценке экзаменационной работы используется пятибалльная шкала. Результаты государственной итоговой аттестации признаются удовлетворительными в случае, если выпускник при сдаче ГВЭ-11 по математике получил отметку не ниже удовлетворительной.

Оценивание результата экзамена по математике осуществляется в соответствии со следующими критериями проверки каждого задания.

*Критерии оценки выполнения каждого задания экзаменационной работы*

Содержание критерия	Баллы
<p>Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, речевой связностью и последовательностью изложения: логические ошибки отсутствуют, последовательность изложения не нарушена, получен верный ответ ИЛИ допущена одна ошибка / неточность в рассуждении, которая не привела к неверному ответу</p>	2
<p>Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения, но допущены ошибки / неточности, при этом ответ получен верный ИЛИ при верной последовательности рассуждений (логики решения) получен неверный ответ</p>	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

*Примечание. Озвучен только верный ответ – 0 баллов.*

Максимальный первичный балл за экзаменационный билет – 10.

Рекомендуется следующая шкала перевода суммы первичных баллов за выполненные задания ГВЭ-11 по математике (устная форма) в пятибалльную систему оценивания.

*Шкала пересчёта первичного балла за выполнение экзаменационной работы (устная форма) в отметку по пятибалльной шкале*

Отметка по пятибалльной системе оценивания	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичный балл	0–4	5–6	7–8	9–10

**ЧАСТЬ 2****Тренировочные материалы для подготовки к ГВЭ-11 в письменной форме****Раздел 2.1****Алгебра и начала анализа**

*Ответом к заданиям 1–45 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.*

**1** Сберегательный банк начисляет на срочный вклад 10% годовых. Вкладчик положил на счёт 7000 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Пачка сливочного масла стоит 70 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 10%. Сколько рублей стоит пачка масла для пенсионера?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** Для приготовления фарша взяли говядину и свинину в соотношении 3:17. Какой процент в фарше составляет свинина?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Набор полотенец, который стоил 250 рублей, продаётся со скидкой 18%, сколько рублей стоят два набора со скидкой?

Ответ: \_\_\_\_\_.

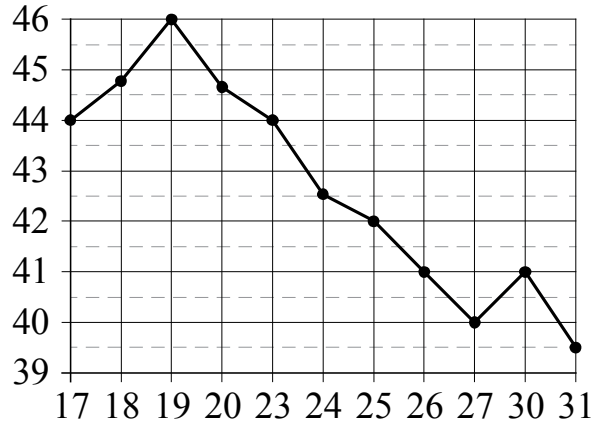
**5** Футболка стоила 300 рублей. После повышения цены она стала стоить 360 рублей. На сколько процентов была повышена цена футболки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Автомобиль проехал 17 километров за 15 минут. Сколько километров он проедет за 18 минут, если будет ехать с той же скоростью?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цены барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена нефти на момент закрытия торгов была больше 43 долларов США за баррель.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3700 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1700 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1400 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев ежемесячная экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Для покраски 1 кв. м потолка требуется 210 г краски. Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 47 кв. м?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 2 кг 500 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 1000 рублей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Найдите значение выражения  $3,5 \cdot 6,4 - 3,2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите значение выражения  $\left(\frac{17}{25} - \frac{1}{17}\right) \cdot \frac{17}{4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Найдите значение выражения  $2,4 : 1,2 \cdot 2,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Найдите значение выражения  $(7 \cdot 10^5) \cdot (1,3 \cdot 10^{-7})$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** Найдите значение выражения  $6 \cdot (-1)^6 + 2 \cdot (-1)^3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**16** По расписанию поезд Уфа — Москва отправляется в 7:04, а прибывает в 9:04 на следующий день (время московское). Сколько часов согласно расписанию поезд находится в пути?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**17** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ЗНАЧЕНИЯ

- |  |                            |
|--|----------------------------|
| А) объём бутылки газировки                       | 1) 2 л                     |
| Б) объём багажника автомобиля                    | 2) 200 л                   |
| В) объём грузового отсека транспортного самолёта | 3) 555 000 км <sup>3</sup> |
| Г) объём воды в Чёрном море                      | 4) 400 м <sup>3</sup>      |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ: 

А	Б	В	Г

- 18** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

## ВЕЛИЧИНЫ

## ЗНАЧЕНИЯ

- |                                     |          |
|-------------------------------------|----------|
| А) масса алюминиевой столовой ложки | 1) 8 кг  |
| Б) масса грузовой машины            | 2) 8 т   |
| В) масса кота                       | 3) 20 мг |
| Г) масса дождевой капли             | 4) 32 г  |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 19** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

## ВЕЛИЧИНЫ

## ЗНАЧЕНИЯ

- |  |                |
|--|----------------|
| А) длительность полнометражного мультипликационного фильма | 1) 4 минуты    |
| Б) время обращения Марса вокруг Солнца                     | 2) 90 минут    |
| В) длительность звучания одной песни                       | 3) 687 суток   |
| Г) продолжительность вспышки фотоаппарата                  | 4) 0,2 секунды |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 20** Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с рёбрами  $a$ ,  $b$  и  $c$  вычисляется по формуле  $S = 2(ab + ac + bc)$ . Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его рёбра имеют длины 2, 5 и 6.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 21** Среднее геометрическое чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  вычисляется по формуле  $g = \sqrt[3]{abc}$ . Вычислите среднее геометрическое чисел 2, 8, 32.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**22** Чтобы перевести температуру из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия, пользуются формулой  $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$ , где  $t_C$  — температура в градусах по шкале Цельсия,  $t_F$  — температура в градусах по шкале Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 77 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**23** Найдите значение выражения  $\sqrt{99} \cdot \sqrt{11}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**24** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{32}}{5\sqrt{8}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**25** Найдите значение выражения  $\log_2 88 - \log_2 11$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**26** Найдите корень уравнения  $\log_5 (2x + 9) = -1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**27** Найдите корень уравнения  $9x + 5 = 7(x + 3)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**28** Найдите корень уравнения  $-3 + 4(-7 + 5x) = 9x - 9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**29** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-18} = \frac{1}{27}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

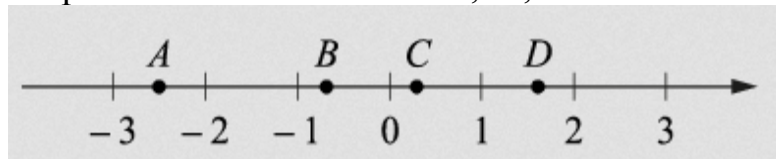
**30** Найдите корень уравнения  $\sqrt{17-2x} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**31** Решите уравнение  $x^2 - 7x = 18$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**32** На координатной прямой отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ .



Число  $m$  равно  $\sqrt{0,15}$ .

Установите соответствие между указанными точками и числами в правом столбце, которым они соответствуют.

ТОЧКИ

ЧИСЛА

$A$

1)  $-\frac{1}{m}$

$B$

2)  $m^2$

$C$

3)  $4m$

$D$

4)  $m-1$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий число номер.

Ответ:

$A$	$B$	$C$	$D$



**33**

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

## НЕРАВЕНСТВА

А)  $(x-2)^2(x-4) < 0$

Б)  $\frac{(x-4)^2}{x-2} > 0$

В)  $(x-2)(x-4) < 0$

Г)  $\frac{x-2}{x-4} > 0$

## РЕШЕНИЯ

1)  $x < 2$  или  $2 < x < 4$

2)  $x < 2$  или  $x > 4$

3)  $2 < x < 4$

4)  $2 < x < 4$  или  $x > 4$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий номер решения.

Ответ:

А	Б	В	Г

**34**

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

## НЕРАВЕНСТВА

А)  $\log_2(x-1) < 1$

Б)  $3^{-2x} > \frac{1}{9}$

В)  $\frac{x-1}{(x-3)^2} > 0$

Г)  $x^2 - 4x + 3 > 0$

## РЕШЕНИЯ

1)  $x < 1$

2)  $1 < x < 3$  или  $x > 3$

3)  $1 < x < 3$

4)  $x < 1$  или  $x > 3$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий номер решения.

Ответ:

А	Б	В	Г

**35** В фирме такси на данный момент свободно 20 машин: 8 чёрных, 7 жёлтых и 5 зелёных. По вызову приехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**36** В коробке вперемешку лежат чайные пакетики с чёрным и зелёным чаем, одинаковые на вид, причём пакетиков с чёрным чаем в 9 раз больше, чем пакетиков с зелёным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется с зелёным чаем.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**37** В чемпионате по гимнастике участвуют 75 спортсменок: 15 из Чехии, 30 из Словакии, а остальные – из Австрии. Порядок, в котором выступают спортсменки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Австрии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**38** На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 5 с мясом, 8 с капустой, и 3 с вишней. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с капустой.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**39** В доме Маши меньше этажей, чем в доме Стаса; в доме Ксюши больше этажей, чем в доме Стаса; в доме Нади больше этажей, чем в Машинном доме, но меньше, чем в Ксюшином доме. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) В доме Маши меньше этажей, чем в доме Нади.
- 2) Дом Ксюши самый многоэтажный среди перечисленных четырёх.
- 3) Среди этих четырёх домов есть три дома с одинаковым количеством этажей.
- 4) В Надином доме один этаж.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**40** Некоторые сотрудники фирмы летом 2014 года отдыхали на даче, некоторые – на море. Все сотрудники фирмы, которые не отдыхали на море, отдыхали на даче. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Каждый сотрудник этой фирмы отдыхал летом 2014 года или на море, или на даче, или и там, и там.
- 2) Сотрудник этой фирмы, который летом 2014 года не отдыхал на море, не отдыхал и на даче.
- 3) Если Фаина не отдыхала летом 2014 года ни на даче, ни на море, то она не является сотрудником этой фирмы.
- 4) Если сотрудник этой фирмы не отдыхал на море летом 2014 года, то он отдыхал на даче.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**41** Перед баскетбольным турниром измерили рост игроков баскетбольной команды города N. Оказалось, что рост каждого из баскетболистов этой команды больше 180 см и меньше 195 см. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) В баскетбольной команде города N нет игроков ростом 179 см.
- 2) В баскетбольной команде города N обязательно есть игрок, рост которого равен 200 см.
- 3) Рост любого баскетболиста этой команды меньше 195 см.
- 4) Разница в росте любых двух игроков баскетбольной команды города N составляет более 15 см.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**42** Найдите пятизначное число, кратное 15, любые две соседние цифры которого отличаются на 2. В ответе укажите любое одно такое число.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**43** В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- за 5 золотых монет получить 7 серебряных и 1 медную;
- за 10 серебряных монет получить 7 золотых и 1 медную.

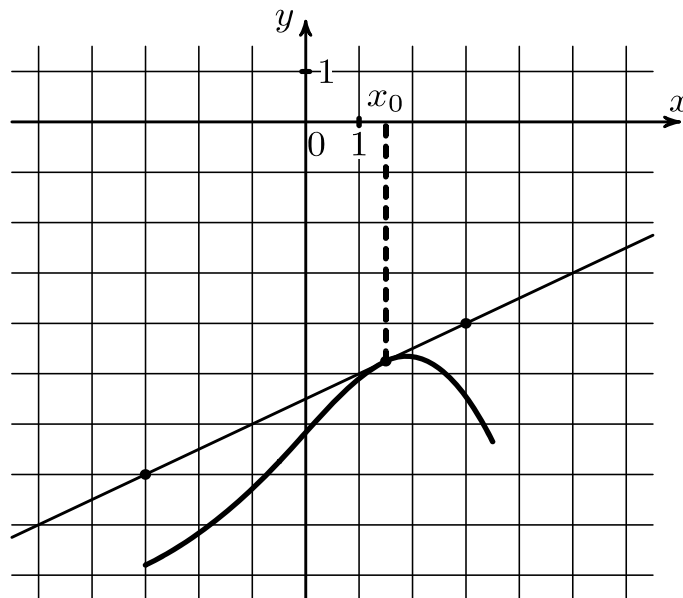
У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 60 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 44 Моторная лодка прошла против течения реки 80 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 9 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 45 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Запишите полное обоснованное решение и ответ к каждому из заданий 46–48.**

46 а) Решите уравнение  $\sin 2x - \sqrt{3} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$ .

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

47 а) Решите уравнение  $\sqrt{2} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

- 48 а) Решите уравнение  $\cos 2x + \sin^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$ .
- б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .

**Ответы к заданиям с кратким ответом раздела 2.1**  
**Алгебра и начала анализа**

№ задания	Ответ
1	7700
2	63
3	85
4	410
5	20
6	20,4
7	5
8	13
9	7
10	880
11	19,2
12	2,88
13	25
14	0,091
15	4
16	26
17	1243
18	3214
19	2314
20	104
21	8
22	25
23	33
24	0,4
25	3
26	-4,4
27	8
28	2
29	21
30	4
31	-2
32	1423
33	1432

34	3124
35	0,35
36	0,1
37	0,4
38	0,5
39	12
40	13
41	13
42	53535; 97575; 5795; 42420; 13575
43	5
44	1
45	0,5

**Решения и критерии оценивания  
заданий с развёрнутым ответом раздела 2.1  
Алгебра и начала анализа**

46

а) Решите уравнение  $\sin 2x - \sqrt{3} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$ .

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos x = 0;$$

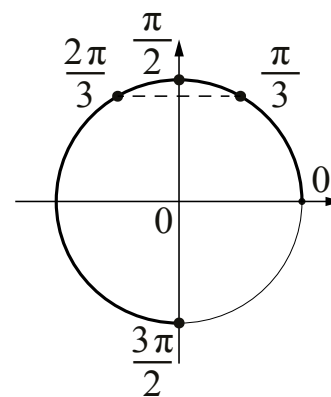
$$\cos x (2 \sin x - \sqrt{3}) = 0;$$

$$\cos x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{\pi}{3} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

б) Используя тригонометрическую окружность, отберём корни, принадлежащие отрезку  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

Получим числа:  $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}$ .



Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}; \quad \frac{\pi}{3} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z};$

$$\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z};$$

б)  $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}$ .

47

а) Решите уравнение  $\sqrt{2} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

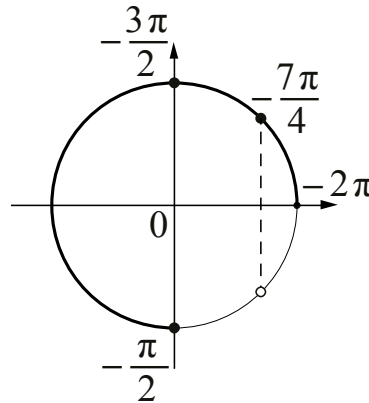
Решение.

а) Имеем:

$$\sqrt{2} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x; \quad \sqrt{2} \cos^2 x = \cos x; \quad \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

откуда  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$ .

б) Корни, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ , отберём с помощью единичной окружности.



Получаем:  $-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}; -\frac{7\pi}{4}$ .

Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б)  $-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}; -\frac{7\pi}{4}$ .

48

а) Решите уравнение  $\cos 2x + \sin^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$ .

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = 0$$

$$\cos^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = 0;$$

$$\cos x \left( \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0;$$

$$\cos x = 0 \text{ или } \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$$

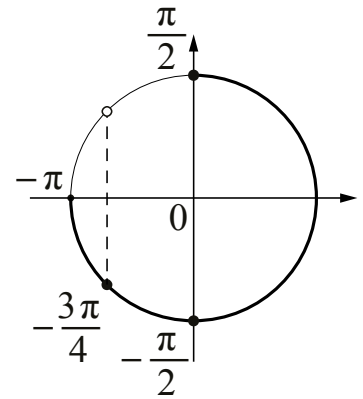
б) Используя тригонометрическую окружность, отберём корни, принадлежащие отрезку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Получим числа:  $-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ .

Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$

$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$$

б)  $-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ .



### Критерии оценивания заданий 46–48

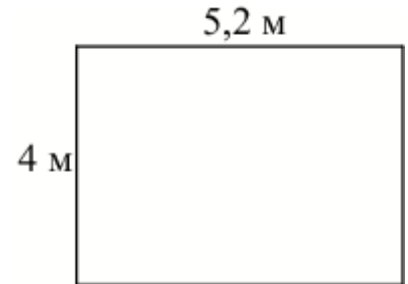
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта <i>a</i> и пункта <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2



## Раздел 2.2 Геометрия

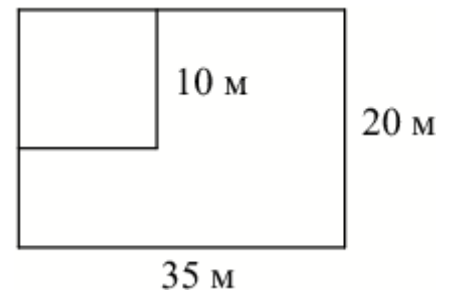
*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** На плане указано, что прямоугольная комната имеет площадь 20,7 кв. м. Точные измерения показали, что ширина комнаты равна 4 м, а длина — 5,2 м. На сколько квадратных метров площадь комнаты отличается от значения, указанного на плане?



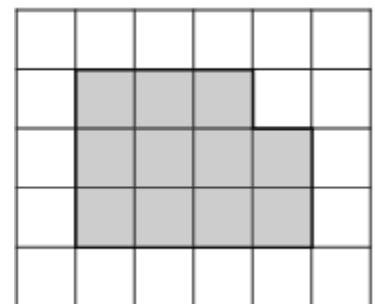
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 35 м и 20 м. Хозяин отгородил на участке квадратный вольер со стороной 10 м (см. рисунок). Найдите площадь оставшейся части участка. Ответ дайте в квадратных метрах.



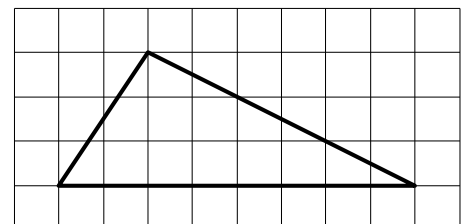
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат  $1\text{ м} \times 1\text{ м}$ . Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



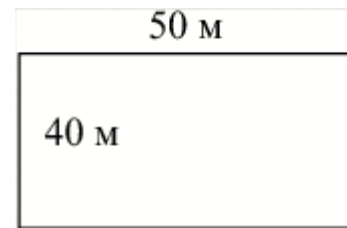
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



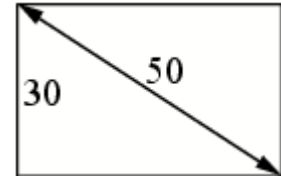
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Участок земли под строительство дачи имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 50 м и 40 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль реки, а три остальные нужно огородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.



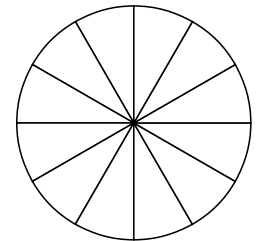
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 50 дюймам, а высота экрана – 30 дюймам. Найдите ширину экрана. Ответ дайте в дюймах.



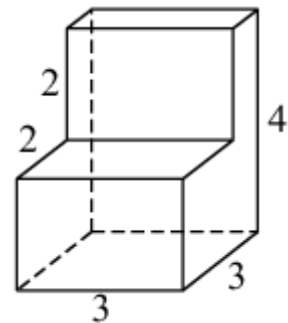
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** Колесо имеет 12 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.



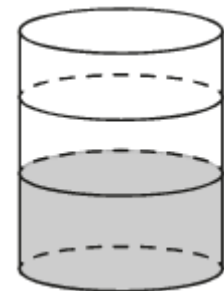
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Числа на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите объём этой детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах.



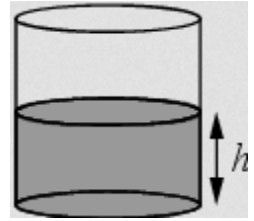
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** В бак цилиндрической формы, площадь основания которого 80 квадратных сантиметров, налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 15 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.



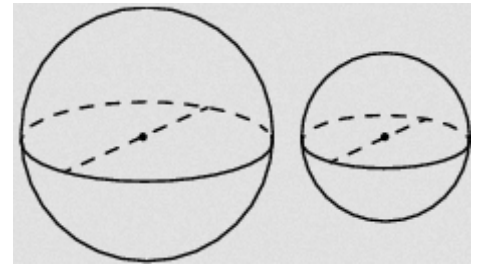
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Уровень воды в сосуде цилиндрической формы находится на уровне  $h = 20$  см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания вдвое больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Однородный шар диаметром 4 см весит 256 г. Сколько граммов весит шар диаметром 5 см, изготовленный из того же материала?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Высота бака цилиндрической формы равна 50 см, а площадь его основания — 160 кв. см. Чему равен объём этого бака (в литрах)? В одном литре 1000 кубических сантиметров.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Запишите полное обоснованное решение и ответ к каждому из заданий 13–15.**

- 13** В основании правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит правильный треугольник со стороной 4. Высота призмы равна 2. Точка  $D$  — середина ребра  $AB$ , точка  $E$  — середина ребра  $B_1C_1$ . Через точки  $D$  и  $E$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная ребру  $BB_1$ .

- а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $\alpha$  — прямоугольник.  
 б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $\alpha$ .

- 14** Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , все рёбра которой равны 6. Точка  $T$  — середина ребра  $A_1B_1$ .

- а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $AC_1T$  является прямоугольным треугольником.  
 б) Найдите угол между плоскостями  $AC_1T$  и  $ABC$ .

**15** В основании правильной треугольной пирамиды  $MABC$  лежит правильный треугольник  $ABC$  со стороной 6. Боковое ребро пирамиды равно 8. Точки  $D$  и  $E$  — середины ребер  $AC$  и  $MB$  соответственно. Через точки  $D$  и  $E$  проведена плоскость  $\gamma$ , параллельная ребру  $MC$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью  $\gamma$  — прямоугольник.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $\gamma$ .

### Ответы к заданиям с кратким ответом раздела 2.2 Геометрия

№ задания	Ответ
1	0,1
2	600
3	11
4	12
5	130
6	40
7	30
8	24
9	1200
10	5
11	500
12	8

### Решения и критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом раздела 2.2 Геометрия

**13** В основании правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит правильный треугольник со стороной 4. Высота призмы равна 2. Точка  $D$  — середина ребра  $AB$ , точка  $E$  — середина ребра  $B_1C_1$ . Через точки  $D$  и  $E$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная ребру  $BB_1$ .

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $\alpha$  — прямоугольник.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $\alpha$ .

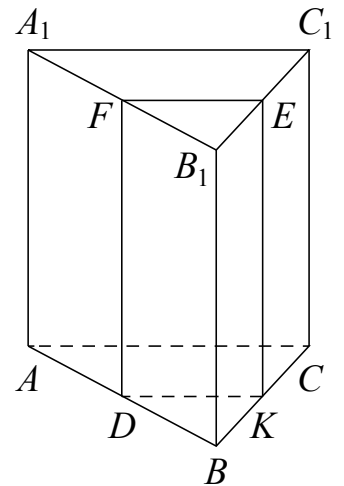
Решение.

а) Обозначим точки пересечения плоскости  $\alpha$  с рёбрами  $BC$  и  $A_1B_1$  буквами  $F$  и  $K$  (см. рисунок). Плоскость  $\alpha$  пересекает грани  $ABB_1A_1$  и  $BCC_1B_1$  по прямым  $DF$  и  $EK$  соответственно, параллельным ребру  $BB_1$ . Отрезки  $DF$  и  $EK$  параллельны и равны друг другу. Значит, четырёхугольник  $EFDK$  — параллелограмм. Прямая  $DF$  перпендикулярна плоскости  $ABC$ , поэтому прямая  $DF$  перпендикулярна прямой  $DK$ .

Следовательно, у параллелограмма  $EFDK$  прямые углы, а значит, четырёхугольник  $EFDK$  — прямоугольник.

б) Точка  $D$  — середина ребра  $AB$ , а точка  $K$  — середина ребра  $BC$ . Значит, отрезок  $KD$  — средняя линия треугольника  $ABC$ , поэтому  $KD = 2$ . Поскольку  $EK = BB_1 = 2$ , площадь сечения равна:  $EK \cdot KD = 2 \cdot 2 = 4$ .

Ответ: б) 4.



**14** Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , все рёбра которой равны 6. Точка  $T$  — середина ребра  $A_1B_1$ .

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $AC_1T$  является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостями  $AC_1T$  и  $ABC$ .

Решение.

а) Найдём стороны треугольника  $ATC_1$ :

$$\begin{aligned} AT &= \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45}, \\ TC_1 &= \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27}, \\ AC_1 &= \sqrt{36 + 36} = \sqrt{72}. \end{aligned}$$

Заметим, что

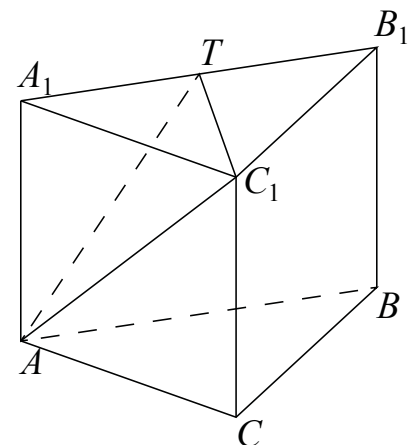
$$AC_1^2 = 72 = 45 + 27 = AT^2 + TC_1^2.$$

Следовательно, по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник  $ATC_1$  является прямоугольным.

б) Так как прямая  $C_1T$  перпендикулярна прямым  $A_1T$  и  $AT$ , угол  $A_1TA$  искомый:

$$\operatorname{tg} \angle A_1TA = \frac{AA_1}{A_1T} = \frac{6}{3} = 2.$$

Ответ: б)  $\arctg 2$ .



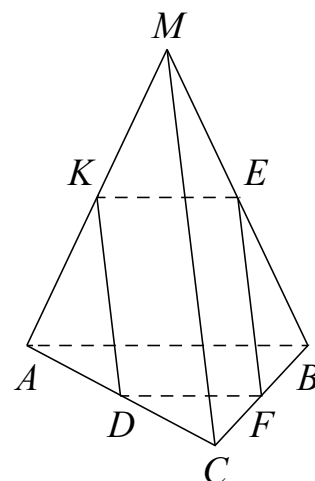
15

В основании правильной треугольной пирамиды  $MABC$  лежит правильный треугольник  $ABC$  со стороной 6. Боковое ребро пирамиды равно 8. Точки  $D$  и  $E$  — середины ребер  $AC$  и  $MB$  соответственно. Через точки  $D$  и  $E$  проведена плоскость  $\gamma$ , параллельная ребру  $MC$ .

- а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью  $\gamma$  — прямоугольник.  
 б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $\gamma$ .

Решение.

а) Плоскость  $\gamma$  пересекает боковые грани  $AMC$  и  $CMB$  по прямым  $DK$  и  $EF$  соответственно, параллельным ребру  $MC$ . Точка  $K$  — точка пересечения плоскости  $\gamma$  с ребром  $MA$ . Точка  $F$  — точка пересечения плоскости  $\gamma$  с ребром  $BC$ . Отрезки  $DK$  и  $EF$  равны и параллельны. Значит, четырёхугольник  $DKEF$  — параллелограмм. Точка  $K$  — середина ребра  $MA$ , точка  $E$  — середина  $MB$ , значит, отрезок  $KE$  — средняя линия треугольника  $AMB$ , значит, отрезок  $KE$  параллелен прямой  $AB$ . По теореме о трёх перпендикулярах прямые  $AB$  и  $MC$  перпендикулярны. Значит, прямые  $KD$  и  $KE$  также перпендикулярны. Следовательно, у параллелограмма  $DKEF$  прямые углы, а значит, четырёхугольник  $DKEF$  — прямоугольник.



б) Отрезок  $KE$  — средняя линия треугольника  $AMB$ ,  $KE = DF = 3$ . Отрезок  $KD$  — средняя линия треугольника  $ABC$ ,  $KD = 4$ . Поэтому, площадь сечения равна  $KD \cdot KE = 3 \cdot 4 = 12$ .

Ответ: б) 12.

### Критерии оценивания заданий 13–15

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , ИЛИ при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**Раздел 2.3****Примеры вариантов экзаменационных работ****Пример варианта ГВЭ  
для участников без ОВЗ и с ОВЗ  
(за исключением обучающихся с задержкой психического развития)****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа включает в себя 12 заданий. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении заданий 11 и 12 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

## Справочные материалы

## Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$ 

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращенного умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$



**Степень и логарифм**

Свойства степени  
при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма  
при  $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

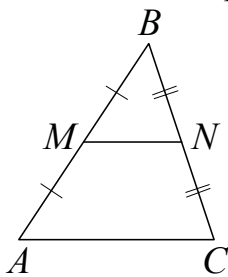
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

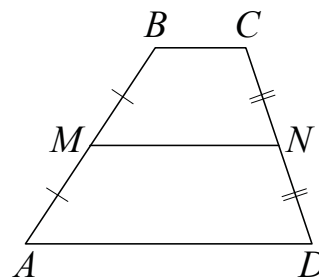
$$\log_a b^k = k \log_a b$$

**Геометрия**

Средняя линия треугольника и трапеции

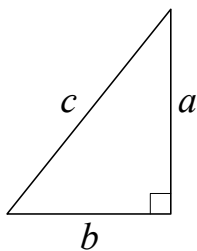


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$



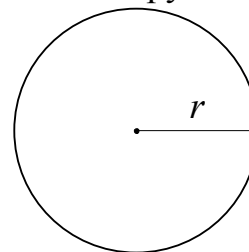
$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Теорема Пифагора



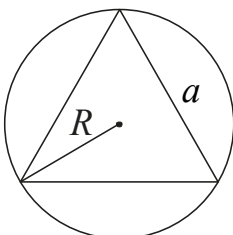
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Длина окружности  
Площадь круга



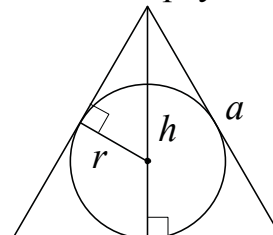
$C = 2\pi r$   
 $S = \pi r^2$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

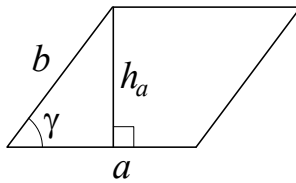


$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

**Площади фигур**

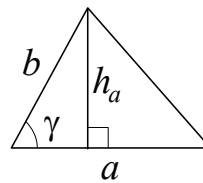
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

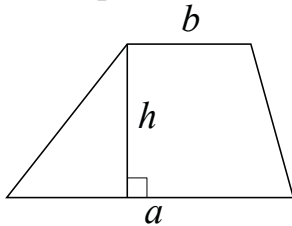
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

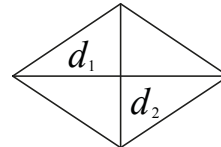
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Ромб

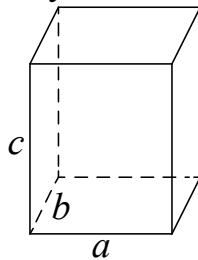


$d_1, d_2$  – диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

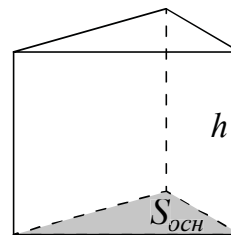
**Площади поверхностей и объёмы тел**

Прямоугольный параллелепипед



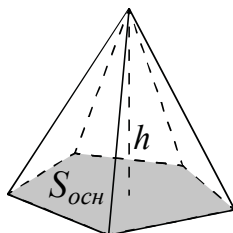
$$V = abc$$

Прямая призма



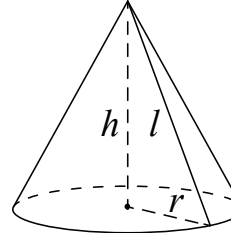
$$V = S_{осн} h$$

Пирамида



$$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

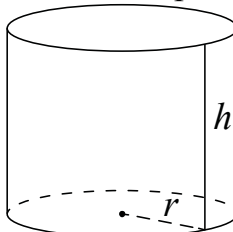
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = \pi r l$$

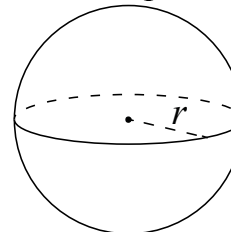
Цилиндр



$$V = \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = 2\pi r h$$

Шар

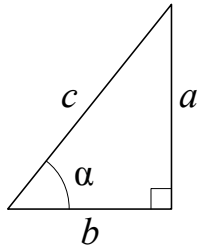


$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

## Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

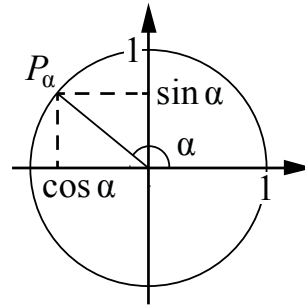


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



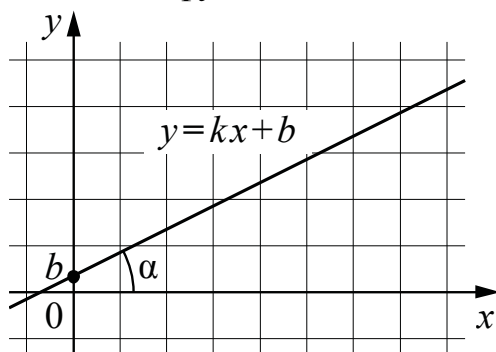
Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

$\alpha$	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

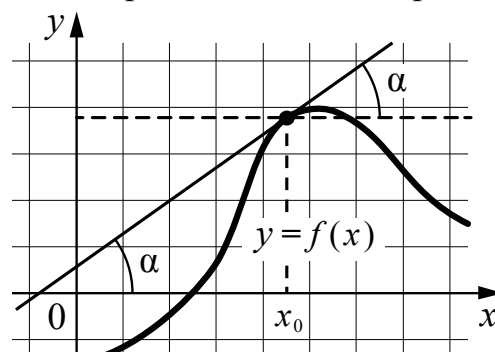
## Функции

Линейная функция



$$k = \operatorname{tg} \alpha$$

Геометрический смысл производной



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$$

## Часть 1

*Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр. Запишите ответ в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** В среднем за день во время конференции расходуется 60 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. В пачке чая 100 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Банк начисляет на срочный вклад 13% годовых. Вкладчик положил на счёт 6000 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите корень уравнения  $4^{5x-1} = 4^{4x+1}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На семинар приехали 6 учёных из Норвегии, 5 из России и 9 из Испании. Каждый учёный подготовил один доклад. Порядок докладов определяется случайным образом. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад учёного из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 В соревнованиях по метанию молота участники показали следующие результаты:

Спортсмен	Результат попытки, м					
	I	II	III	IV	V	VI
Витков	53,5	54,5	55	55,5	54	52
Птицын	52,5	53	51,5	56	55,5	55
Коваленко	53,5	54	54,5	54	54,5	52
Арнюк	52,5	52	52,5	51,5	53	52

Места распределяются по результату лучшей попытки каждого спортсмена: чем дальше он метнул молот, тем лучше.

Каков результат лучшей попытки (в метрах) спортсмена, занявшего второе место?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

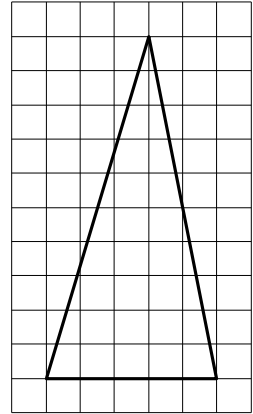
ЧИСЛА	ОТРЕЗКИ
А) $\log_2 20$	1) $[1; 2]$
Б) $\frac{4}{3}$	2) $[2; 3]$
В) $\sqrt{11}$	3) $[3; 4]$
Г) $0,35^{-1}$	4) $[4; 5]$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий отрезку номер.

Ответ:

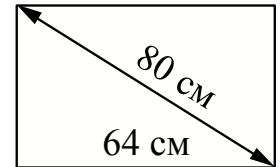
А	Б	В	Г

- 7 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



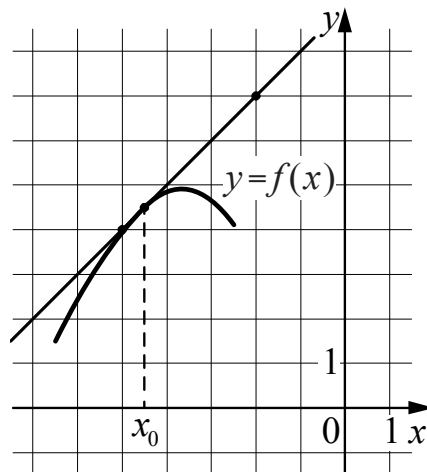
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 80 см, а ширина экрана — 64 см. Найдите высоту экрана. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 14 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 5 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

## Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 11 и 12 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ. Запишите сначала номер выполняемого задания (11 или 12), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 11** а) Решите уравнение  $\sqrt{2} \cos^2(\pi - x) = \cos x$ .
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

- 12** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  с основанием  $ABC$  точки  $E$ ,  $F$  и  $G$  — середины рёбер  $B_1C_1$ ,  $AC$  и  $AA_1$ .
- а) Докажите, что прямая  $GF$  параллельна плоскости  $A_1EC$ .
- б) Найдите объёмы многогранников, на которые плоскость  $A_1EC$  делит призму  $ABCA_1B_1C_1$ , если её объём равен 18.

## Система оценивания экзаменационной работы государственного выпускного экзамена по математике

### Ответы к заданиям 1–10

Каждое из заданий 1–10 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

№ задания	Ответ
1	4
2	6780
3	2
4	0,25
5	55,5
6	4132
7	25
8	48
9	1
10	14

### Решения и критерии оценивания заданий 11 и 12

Количество баллов, выставаемых за выполнение заданий 11 и 12, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



- 11** а) Решите уравнение  $\sqrt{2} \cos^2(\pi - x) = \cos x$ .
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

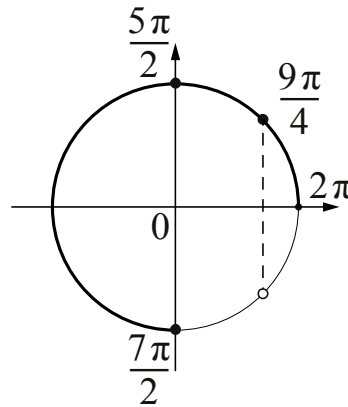
Решение.

а) Имеем

$$\sqrt{2} \cos^2(\pi - x) = \cos x; \quad \sqrt{2} \cos^2 x = \cos x; \quad \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

откуда  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$ .

б) Корни, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ , отберём с помощью единичной окружности.



Получаем  $\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{4}$ .

Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б)  $\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{4}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**12** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  с основанием  $ABC$  точки  $E$ ,  $F$  и  $G$  — середины рёбер  $B_1C_1$ ,  $AC$  и  $AA_1$ .

а) Докажите, что прямая  $GF$  параллельна плоскости  $A_1EC$ .

б) Найдите объёмы многогранников, на которые плоскость  $A_1EC$  делит призму  $ABCA_1B_1C_1$ , если её объём равен 18.

Решение.

а) Отрезок  $GF$  параллелен отрезку  $A_1C$ , как средняя линия треугольника  $A_1CA$ . Поэтому прямая  $GF$  параллельна плоскости  $A_1EC$ .

б) Плоскость  $A_1EC$  разбивает призму на пирамиду  $A_1EC_1C$  и шестигранник с вершинами  $A, B, C, A_1, B_1, E$ .

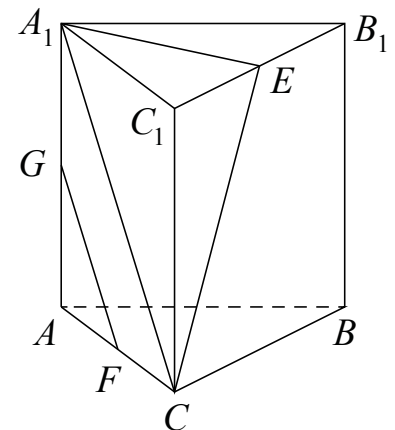
В пирамиде  $A_1EC_1C$  треугольник  $A_1EC_1$  является основанием, а отрезок  $CC_1$  — высотой.

Объём пирамиды  $A_1EC_1C$  равен

$$\frac{1}{3}S_{A_1EC_1} \cdot CC_1 = \frac{1}{6}S_{A_1B_1C_1} \cdot CC_1 = \frac{1}{6}V_{ABCA_1B_1C_1} = \frac{1}{6} \cdot 18 = 3.$$

Следовательно, объём шестигранника  $ABCA_1B_1E$  равен  $18 - 3 = 15$ .

Ответ: б) 3 и 15.



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**Пример варианта ГВЭ**  
**для обучающихся с задержкой психического развития**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из 10 заданий. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в работе и в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

## Справочные материалы

## Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$ 

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращённого умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

**Степень и логарифм**

Свойства степени  
при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма

при  $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

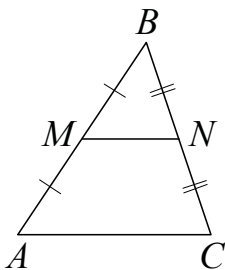
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a b^k = k \log_a b$$

**Геометрия**

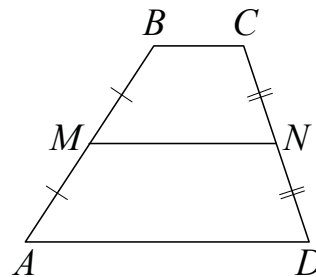
Средняя линия треугольника и трапеции



$MN$  — ср. лин.

$$MN \parallel AC$$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



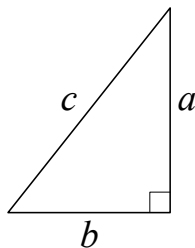
$BC \parallel AD$

$MN$  — ср. лин.

$$MN \parallel AD$$

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Теорема Пифагора



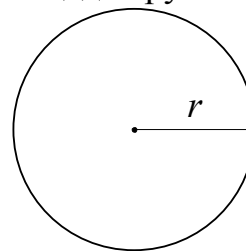
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Длина окружности

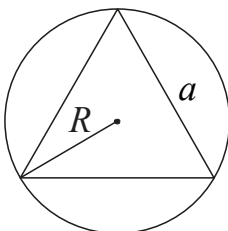
$$C = 2\pi r$$

Площадь круга

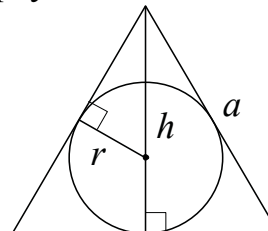
$$S = \pi r^2$$



Правильный треугольник



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

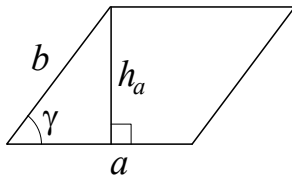


$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

**Площади фигур**

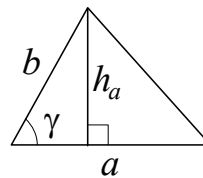
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

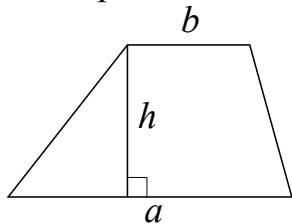
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

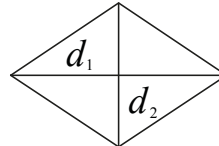
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Ромб

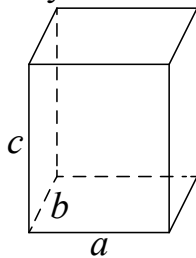


$d_1, d_2$  – диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

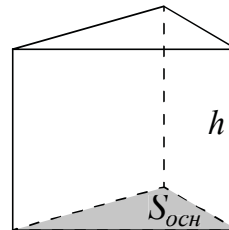
**Площади поверхностей и объёмы тел**

Прямоугольный параллелепипед



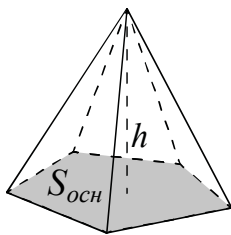
$$V = abc$$

Прямая призма



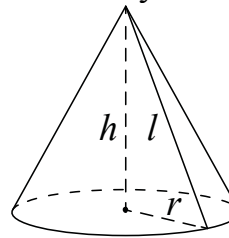
$$V = S_{осн} h$$

Пирамида



$$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

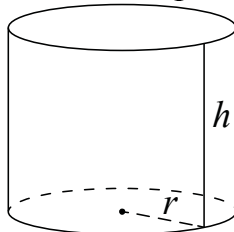
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = \pi r l$$

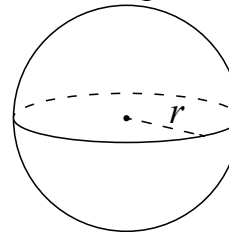
Цилиндр



$$V = \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = 2\pi r h$$

Шар

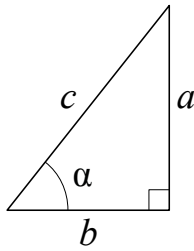


$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

## Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

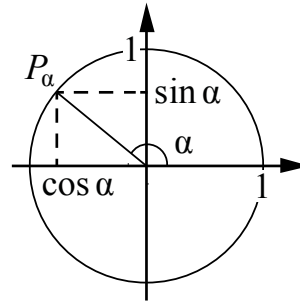


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



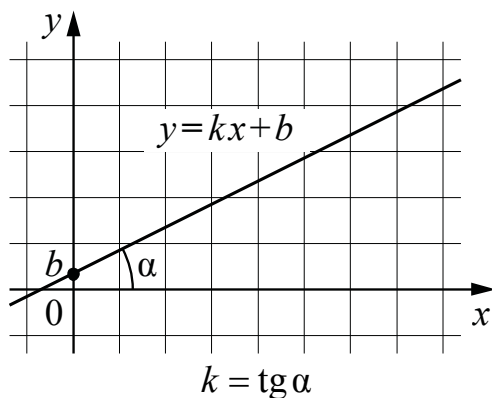
Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

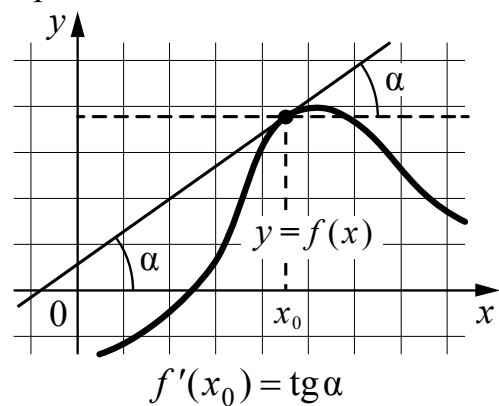
$\alpha$	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
	$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
	$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
	$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

## Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной



**Часть 1**

**Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр. Запишите ответ в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.**

**1** Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 84 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Тетрадь стоит 20 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 140 тетрадей, если при покупке более 100 тетрадей магазин делает скидку 20% от стоимости всей покупки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** Найдите корень уравнения  $\log_{11}(5x+1) = 1$ .

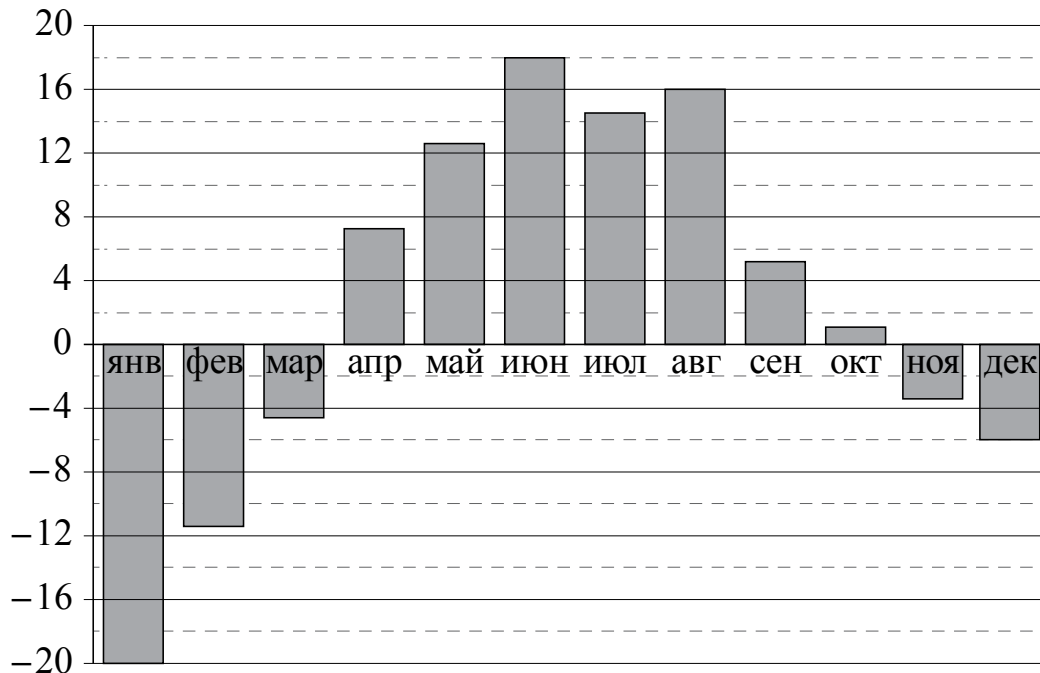
Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** На семинар приехали 3 учёных из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Каждый учёный подготовил один доклад. Порядок докладов определяется случайным образом. Найдите вероятность того, что первым окажется доклад учёного из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 5** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 1973 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

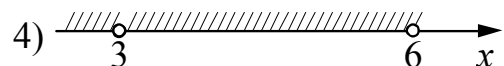
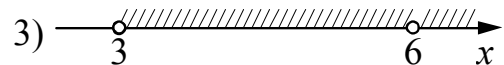
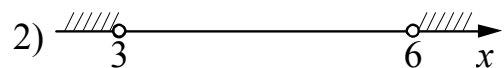
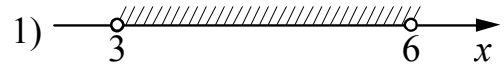
А)  $(x-3)(x-6) < 0$

Б)  $\frac{(x-6)^2}{x-3} > 0$

В)  $\frac{x-3}{x-6} > 0$

Г)  $(x-3)^2(x-6) < 0$

РЕШЕНИЯ

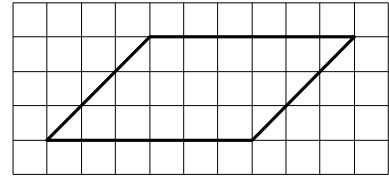


Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

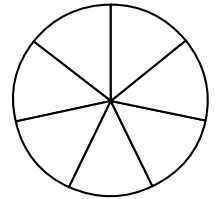
А	Б	В	Г

- 7 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



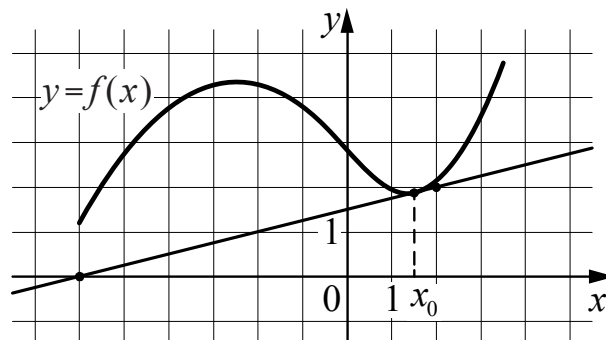
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке показано, как выглядит колесо с 7 спицами. Сколько будет спиц в колесе, если угол между соседними спицами в нём будет равен  $36^\circ$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Баржа прошла по течению реки 48 км и, повернув обратно, прошла ещё 42 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Система оценивания экзаменационной работы государственного  
выпускного экзамена по математике**

**Ответы к заданиям 1–10**

Каждое из заданий 1–10 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

№ задания	Ответ
1	52,5
2	2240
3	2
4	0,3
5	18
6	1324
7	18
8	10
9	0,25
10	19